



Національний технічний університет України
«КИЇВСЬКИЙ ПОЛІТЕХНІЧНИЙ ІНСТИТУТ
імені ІГОРЯ СІКОРСЬКОГО»

Емблема
кафедри
(за
наявності)

Кафедра математичної
фізики та диференціальних
рівнянь

НАЗВА КУРСУ

Вища математика. Частина 3 . Функції багатьох змінних. Ряди

Робоча програма навчальної дисципліни (Силабус)

Реквізити навчальної дисципліни

Рівень вищої освіти *Перший (бакалаврський)*

Галузь знань	<i>G Інженерія, виробництво та будівництво</i>					
Спеціальність	<i>G11 Машинобудування</i>					
Освітня програма	<i>Інжиніринг обладнання виробництва полімерних та будівельних матеріалів і виробів</i>					
Статус дисципліни	<i>Нормативна</i>					
Форма навчання	<i>очна(денна)</i>					
Рік підготовки, семестр	<i>1 курс, весняний семестр</i>					
Обсяг дисципліни	<i>150/ 5 кредитів</i>					
			Практич. занят. (семінари)	Лабор. заняття (комп'ют. практ.)	Індив. заняття	
	Години	Лекції	30	30	0	СРС 90
Семестровий контроль/ контрольні заходи	Екзамен	Залік	МКР (вказати кількість)	РГР, РР, ГР (вказати кількість)	ДКР (вказати кількість)	Реферат (вказати кількість)
	+	-	1	1	0	0
Розклад занять	<i>На сайті університету, також сайті ФАПІЕ</i>					
Мова викладання	<i>Українська</i>					

Інформація про керівника курсу / викладачів	Лектор: Авдєєва Тетяна Василівна, ст. викладач кафедри математичної фізики та диференціальних рівнянь ФМФ :avdeeva.tetyana@gmail.com https://intellect.kpi.ua/profile/atv2 ORCID: http://orcid.org/0000-0002-4999-6641 Практичні: Авдєєва Тетяна Василівна, ст. викладач кафедри математичної фізики та диференціальних рівнянь ФМФ :avdeeva.tetyana@gmail.com https://intellect.kpi.ua/profile/atv2 ORCID: http://orcid.org/0000-0002-4999-6641
Розміщення курсу	Сайт кафедри, інформаційні ресурси в бібліотеці, кампус.

Програма навчальної дисципліни

Опис навчальної дисципліни, її мета, предмет вивчення та результати навчання

Метою навчальної дисципліни є формування у студентів інтегральної компетентності — здатність особи розв'язувати складні спеціалізовані задачі та практичні проблеми у певній галузі професійної діяльності або у процесі навчання, що передбачає застосування певних теорій та методів відповідних наук і характеризується комплексністю та невизначеністю умов.

Програмні компетентності:

Загальні компетентності (ЗК)

ЗК01 Здатність до абстрактного мислення.

ЗК02 Здатність застосовувати знання у практичних ситуаціях.

Фахові компетентності (ФК)

ФК01 Здатність застосовувати типові аналітичні методи та комп'ютерні програмні засоби для розв'язування інженерних завдань галузевого машинобудування, ефективні кількісні методи математики, фізики, інженерних наук, а також відповідне комп'ютерне програмне забезпечення для розв'язування інженерних задач галузевого машинобудування.

ФК02 Здатність застосовувати фундаментальні наукові факти, концепції, теорії, принципи для розв'язування професійних задач і практичних проблем галузевого машинобудування.

Програмні результати навчання (ПРН)

ПРН01 Знання і розуміння засад технологічних, фундаментальних та інженерних наук, що лежать в основі галузевого машинобудування відповідної галузі.

Пререквізити та постреквізити дисципліни (місце в структурно-логічній схемі навчання за відповідною освітньою програмою)

Викладається у другому семестрі на базі повної середньої або середньої професійної освіти. У структурно-логічній схемі програми підготовки з даного напрямку навчальна дисципліна «Вища математика» передуватиме та забезпечуватиме наступні навчальні дисципліни: : Фізика, Хімія, Інформатика, Механіка матеріалів і конструкцій, Електротехніка та електроніка, Теоретичні основи теплотехніки, Автоматизація та основи автоматики.

Зміст навчальної дисципліни

1. *Функції багатьох змінних*: Диференціальне числення функцій багатьох змінних. Інтегральне числення функцій багатьох змінних.
2. *Ряди*: Числові та функціональні ряди. Ряди Фур'є.

Навчальні матеріали та ресурси

Основна література

1. Дубовик В.П. Вища математика: навч. посіб. / Дубовик В.П., Юрик І.І. – К.: Ігнатекс-Україна, 2013. – 648 с.
2. Грималюк В.П. Вища математика: У 2 ч.: навч. посіб. / Грималюк В.П., Кухарчук М.М., Ясінський В.В. – К.: Віпол, 2004. – Ч. 1. – 376 с.
3. Грималюк В.П. Вища математика: У 2 ч.: навч. посіб. / Грималюк В.П., Кухарчук М.М., Ясінський В.В. – К.: Віпол, 2004. – Ч. 2. – 400 с.
4. Дубовик В.П. Вища математика. Збірник задач: навч. посіб. / Дубовик В.П., Юрик І.І., Вовкодав І.П. та ін. – К.: Ігнатекс-Україна, 2011. – 480 с.
5. Герасимчук, В. С. Вища математика. Повний курс у прикладах і задачах: навч. посіб. [Ч.2]. Невизначений, визначений та невідомі інтеграли. Звичайні диференціальні рівняння. Прикладні задачі / В. С. Герасимчук, Г. С. Васильченко, В. І. Кравцов. - К. : Книги України ЛТД, 2010. - 470 с.
6. Герасимчук В. С. Вища математика. Повний курс у прикладах і задачах: навч. посіб.: Кратні, криволінійні та поверхневі інтеграли. Елементи теорії поля. Ряди. Прикладні задачі/ В.С. Герасимчук, Г. С. Васильченко, В. І. Кравцов. – Київ : Книги України ЛТД, 2009. – 400 .
7. Авдєєва Т.В. Кратні інтеграли. Елементи теорії поля: Методичні вказівки та завдання до виконання індивідуальної роботи для студентів інженерних спеціальностей/ Т.В. Авдєєва, О.Б. Качаєнко, О.О. Коваль, О.Б. Поліщук, В.І. Стогній. – К.: ІВЦ “Видавництво «Політехніка»”, 2016,— 92 с. Доступ: <http://kmf.kpi.ua/>
8. Авдєєва Т.В., Качаєнко О.Б. Ряди Фур'є. Практикум. – К.: НТУУ «КПІ», 2016. – 88 с. Доступ: <http://ela.kpi.ua/handle/123456789/16839>
9. Авдєєва, Т. В. Числові та функціональні ряди. Практикум/ Т. В. Авдєєва, О. Б. Качаєнко – Київ : КПІ ім. Ігоря Сікорського», 2023. – 225с. Доступ: <https://ela.kpi.ua/handle/123456789/67836>

Додаткова література

1. Шкіль М.І., Колесник Т.В. Вища математика. - К.: Вища школа, 1986. – 512 с.

2. Стрижак Т.Г. Математичний аналіз: приклади і задачі: навч. посіб. / Стрижак Т.Г., Коновалова Н.Р. – К.: Либідь, 1995. – 240 с.
3. Клепко В. Ю. Вища математика в прикладах і задачах: навчальний посібник / В.Ю.Клепко, В.Л. Голець. – К.: Центр навчальної літератури, 2017. – 594 с
4. Зайцев Є. П. Вища математика: інтегральне числення функцій однієї та багатьох змінних, звичайні диференціальні рівняння, ряди: навч. посіб. / Є. П. Зайцев. – К.: Алерта, 2018. – 608 с.

Навчальний контент

Методика опанування навчальної дисципліни (освітнього компонента)

5.1. Дидактичні матеріали:

На лекційних заняттях – лекція (електронний варіант), постановка проблеми, мотивація і аргументація матеріалу, пояснення, приклади для ілюстрації теоретичних понять, проблемні завдання.

Перелік лекцій

Лекція 1. Інтегральне числення функції багатьох змінних. Означення подвійного інтеграла, його властивості та обчислення

- 1.1. Означення та властивості подвійного інтеграла.
- 1.2. Повторний інтеграл, його властивості.
- 1.3. Обчислення подвійного інтеграла.

Лекція 2. Заміна змінних в подвійному інтегралі. Застосування подвійних інтегралів

- 2.1. Заміна змінних в подвійному інтегралі. Поняття Якобіана.
- 2.2. Подвійний інтеграл у полярних координатах.
- 2.3. Застосування подвійного інтеграла до задач геометрії.
- 2.4. Застосування подвійного інтеграла до задач механіки.

Лекція 3. Означення потрійного інтеграла, його властивості та обчислення

- 3.1. Означення, умови існування та властивості потрійного інтеграла.
- 3.2. Обчислення потрійного інтеграла.

Лекція 4. Заміна змінних в потрійному інтегралі. Потрійний інтеграл в циліндричних і сферичних координатах. Застосування потрійних інтегралів

- 4.1. Заміна змінних в потрійному інтегралі.
- 4.2. Застосування потрійних інтегралів.

Лекція 5. Криволінійний інтеграл першого роду. Криволінійний інтеграл другого роду

- 5.1. Поняття криволінійного інтеграла першого роду, та його обчислення.
- 5.2. Застосування криволінійного інтеграла першого роду.
- 5.3. Поняття криволінійного інтеграла другого роду, фізичний зміст.
- 5.4. Обчислення та застосування криволінійного інтеграла другого роду.

Лекція 6. Формула Гріна. Умови незалежності криволінійного інтегралу від шляху інтегрування

- 6.1. Формула Гріна.
- 6.2. Умови незалежності криволінійного інтегралу від шляху інтегрування.

Лекція 7. Скалярне та векторне поле, їх класифікація та характеристики

- 7.1. Скалярне поле, його характеристики.
 - 7.1.1. Похідна за напрямом.
 - 7.1.2. Градієнт.
- 7.2. Векторне поле, його характеристики.
 - 7.2.1. Дивергенція.
 - 7.2.2. Потенціальне поле. Ротор векторного поля.

Лекція 8. Числові ряди. Необхідна умова збіжності ряду. Критерій Коші збіжності ряду.

Властивості збіжних рядів

- 8.1. Означення збіжності числового ряду.
- 8.2. Властивості збіжних числових рядів.
- 8.3. Необхідна умова збіжності ряду . Критерій Коші.

Лекція 9. Знакододатні числові ряди. Достатні ознаки збіжності ряду

- 9.1. Властивості знакододатніх числових рядів.
- 9.2. Теореми порівняння.
- 9.3. Ознака Даламбера, радикальна ознака Коші.
- 9.4. Інтегральна ознака Коші.

Лекція 10. Знакозмінні числові ряди. Теорема Лейбніца, абсолютна, умовна збіжність

- 10.1. Знакозмінні числові ряди. Абсолютна і умовна збіжність.
- 10.2. Знакопереміжні ряди. Ознака Лейбніца.

Лекція 11. Функціональні ряди. Степеневі ряди. Інтервал та радіус збіжності степеневому ряду

- 11.1. Область збіжності функціонального ряду.
- 11.2. Степеневі ряди. Теорема Абеля.
- 11.3. Інтервал та радіус збіжності степеневому ряду.

Лекція 12. Ряди Тейлора. Розклад в ряд основних елементарних функцій

- 12.1. Ряди Тейлора.
- 12.2. Розвинення елементарних функцій в ряд Маклорена.
- 12.3. Біноміальний ряд.

Лекція 13. Застосування степеневих рядів до наближених обчислень

- 13.1. Застосування степеневих рядів до наближених обчислень
 - 13.1.1. Наближене розв'язання диференціальних рівнянь.
 - 13.1.2. Наближені обчислення значень функцій.
 - 13.1.3. Наближене обчислення визначених інтегралів

Лекція 14. Тригонометричні ряди Фур'є

- 13.1. Гармонічні коливання
- 13.2. Тригонометричний ряд Фур'є. Коефіцієнти Фур'є.
- 13.3. Ряд Фур'є для парних і непарних функцій.
- 13.4. Ряд Фур'є для $2l$ - періодичних функцій.

Лекція 15. Тригонометричні ряди Фур'є (продовження)

- 15.1. Ряд Фур'є для функцій, заданих на відрізку $[0;l]$ або на відрізку $[a;b]$.
- 15.2. Комплексна форма ряду Фур'є.
- 15.3. Інтеграл Діріхле.
- 15.4. Ряд Фур'є за ортогональною системою функцій.

Перелік (орієнтовно) практичних занять

Практичне заняття 1. Подвійний інтеграл. Заміна змінних у подвійному інтегралі.

Практичне заняття 2. Застосування подвійних інтегралів у геометрії. Застосування подвійних інтегралів у механіці .

Практичне заняття 3. Потрійні інтеграли.

Практичне заняття 4. Застосування потрійних інтегралів.

Практичне заняття 5. Криволінійні інтеграли першого роду, їх застосування.

Практичне заняття 6. Криволінійні інтеграли другого роду, їх застосування. Умови незалежності криволінійного інтеграла від шляху інтегрування.

Практичне заняття 7. Скалярне та векторне поле, їх класифікація та характеристики.

Практичне заняття 8. МККР-1. Знаходження суми ряду. Необхідна умова збіжності

Практичне заняття 9. Знакододатні ряди. Достатні ознаки збіжності.

Практичне заняття 10. Знакозмінні ряди.

Практичне заняття 11. Степеневі ряди. Інтервал збіжності степеневого ряду.

Практичне заняття 12. Ряди Тейлора і Маклорена.

Практичне заняття 13. Застосування степеневих рядів .

Практичне заняття 14. Ряди Фур'є.

Практичне заняття 15. МККР-2. Підсумкове заняття.

На практичних заняттях - Завдання до виконання (згідно до вказаного списку основної літератури).

5.2. Технічне забезпечення: Microsoft Office Word, будь яке програмне забезпечення для виконання графічного матеріалу (за бажанням студента).

6. Самостійна робота студента

Види самостійної роботи – опрацювання лекційного матеріалу, підготовка до аудиторних занять, розв'язок задач, виконання домашніх завдань і розрахункової роботи (розбивається на дві частини відповідно до семестрових планових атестацій).

На самостійне опрацювання пропонуються наступні теми:

Поверхневі інтеграли першого роду (по площі поверхні). Поверхневі інтеграли другого роду (по координатам). Потік поля. Формула Остроградського - Гауса. Дивергенція. Формула Стокса.

Політика та контроль

7. Політика навчальної дисципліни (освітнього компонента)

Дотримання положень «Кодексу честі КПІ ім. Ігоря Сікорського» (розділи 2 та 3).

Співпраця студентів у розв'язанні проблемних завдань дозволена, але відповіді кожний студент захищає самостійно. Взаємодія студентів під час іспиту категорично забороняється і будь-яка така діяльність буде вважатися порушенням академічної доброчесності згідно принципів університету щодо академічної доброчесності.

8. Види контролю та рейтингова система оцінювання результатів навчання (РСО)

Поточний контроль: експрес-опитування, опитування за темою заняття, написання МКР та виконання і захист індивідуального семестрового завдання.

Календарний контроль: проводиться двічі на семестр як моніторинг поточного стану виконання вимог силабусу.

Семестровий контроль: екзамен.

Умови допуску до семестрового контролю: мінімально позитивна оцінка за МКР (60%), зарахування розрахункової роботи, відпрацювання пропущених занять, виконання домашніх робіт, семестровий рейтинг не менше 30 балів.

Рейтинг студента з дисципліни за семестр складається з балів, що він отримує за:

- 1) вісім відповідей (кожного студента в середньому) на практичних заняттях;
- 2) одну модульну контрольну роботу;
- 3) одну розрахункову роботу;
- 4) відповідь на екзамені.

Робота на практичних заняттях

За умови гарної підготовки і активної роботи на практичному занятті студент отримує 1 бал. Одному або двом кращим студентам на кожному практичному занятті може бути доданий як заохочувальний 1 бал. Максимальна кількість балів на всіх практичних заняттях дорівнює 8 балів.

Підсумковий контроль

Одна модульна контрольна робота (МКР) розбивається на дві частини:
МКР-1 «Інтегральне числення функції багатьох змінних» : ваговий бал – 15 балів;
МКР-2 «Числові та функціональні ряди»: ваговий бал – 15 балів.

(Допускається розбиття МКР на декілька тематичних контрольних робіт, які мають такий же сумарний ваговий бал).

Максимальна кількість балів за всі контрольні роботи дорівнює 30 балів.

Розрахункова робота

Ваговий бал – 12 балів. Робота оцінюється у процентному відношенні правильно розв'язаних завдань. Якщо робота виконана повністю правильно і здана вчасно, то вона оцінюється максимальною кількістю балів за умови її захисту студентом. Якщо робота здається несвоєчасно (пізніше встановленого дед-лайн), то вона оцінюється - 2 бали (за кожний тиждень запізнення).

Заохочувальні бали за:

- призові місця у факультетських та інститутських олімпіадах з вищої математики; підготовка та публікація доповідей на студентських наукових конференціях, виконання завдань з удосконалення дидактичних матеріалів з кредитного модуля; виконання індивідуального семестрового завдання + 5 балів.

Розрахунок шкали (R) рейтингу:

Сума вагових балів контрольних заходів протягом семестру складає:

$$R_C = 30 + 20 = 50 \text{ балів.}$$

Екзаменаційна складова шкали дорівнює 50% від R, а саме

$$R_E = 50 \text{ балів.}$$

Таким чином, рейтингова шкала з дисципліни складає

$$R = R_C + R_E = 100 \text{ балів.}$$

Розмір шкали рейтингу $R=100$ балів.

Розмір стартової шкали $R_C = 50$ балів.

Розмір екзаменаційної шкали $R_E = 50$ балів.

За рішенням екзаменатора без додаткового опитування можливо виставити (за згодою студента) оцінку «добре» у тому разі, коли стартовий рейтинг студента становить не менше 0,9 від максимально можливого (R_C), тобто при $R_C \geq 45$ бали.

Таблиця відповідності рейтингових балів оцінкам за університетською шкалою:

<i>Кількість балів</i>	<i>Оцінка</i>
100-95	Відмінно
94-85	Дуже добре
84-75	Добре
74-65	Задовільно
64-60	Достатньо
Менше 60	Незадовільно
Не виконані умови допуску	Не допущено

9.Додаткова інформація з дисципліни (освітнього компонента)

- можливість зарахування сертифікатів проходження дистанційних чи онлайн курсів за відповідною тематикою.

Робочу програму навчальної дисципліни (силабус):

Складено

доцент кафедри математичної фізики та диференціальних рівнянь ФМФ, кандидат фізико-математичних наук

Листопадова Валентина Вікторівна

ст. викладач кафедри математичної фізики та диференціальних рівнянь ФМФ
Авдєєва Тетяна Василівна

Ухвалено кафедрою математичної фізики та диференціальних рівнянь ФМФ
(протокол № 10 від 24.06. 2026р.)

Погоджено Методичною комісією ФАПЕ (протокол № 11 від 26.06.2026)